

Ein neuer und fundamentaler Versuch zur Totalreflexion

Von F. Goos und H. Hänchen

(Mit 11 Abbildungen)

Inhaltsübersicht

Die Maxwellsche Theorie lehrt, daß bei Totalreflexion Lichtenergie in das dünnere Medium eindringt. Experimentell wurde bisher diese Energie immer nur im dünneren Medium selbst nachgewiesen, dadurch Licht abgezapft und somit die totale Reflexion zunichte gemacht. Es soll nun hier ein neues Experiment beschrieben werden, bei dem die Lichtbewegung im dünneren Medium nachgewiesen wird durch ein Phänomen, welches sich im dichteren Medium abspielt, nachdem das Licht bereits das dünnere Medium durchlaufen und dieses wieder verlassen hat. Dabei wird die totale Reflexion in keiner Weise gestört. Das Phänomen wird quantitativ in Beziehung gesetzt zur Maxwellschen Theorie.

§ 1. Einleitung und historischer Rückblick

Die Theorie der Totalreflexion, entwickelt aus den Maxwellschen Gleichungen, sagt aus, daß diese Reflexion nicht scharf an der Grenzfläche zwischen dem optisch dichteren und dem optisch dünneren Medium stattfindet, sondern daß der Energiestrom etwas in das dünnere Medium eintritt, wonach erst der Vorgang der Totalreflexion erfolgt.

Das nähere Verhalten des Energiestroms im dünneren Medium ist mehrfach auf Grund der Maxwellschen Theorie diskutiert worden¹⁾. Es zeigt sich, daß sich der Energiestrom längs der Grenzfläche bewegt, daß er nur unmittelbar in dieser Grenzfläche im dünneren Medium merkliche Energiewerte hat und in normaler Richtung zur Grenzfläche schnell exponentiell abklingt, also eine quergedämpfte Welle darstellt. Das Bemerkenswerteste dabei ist, daß die Lichtenergie an gewissen Stellen aus dem dichteren Medium in das dünnere Medium einströmt und an anderer Stelle wieder vollständig in das dichtere Medium zurückkehrt, so daß man von einer vollständigen Totalität der Reflexion sprechen kann.

Der experimentelle Nachweis, daß sich bei der Totalreflexion Lichtenergie im dünneren Medium vorfindet, ist von zahlreichen Forschern, beginnend mit

¹⁾ W. Voigt, Ann. Physik **67**, 185 (1899); A. Eichenwald, J. russ. Phys.-chem. Ges. Phys. Teil **41**, 131 (1909); J. Picht, Ann. Physik **3**, 433 (1929); F. Noether, Ann. Physik **11**, 141 (1931). Zusammenfassende Darstellung z. B. bei v. Laue, Handb. d. Experimentalphysik, Bd. XVIII, S. 150ff.; bei W. König, Handb. d. Physik, Bd. XX, S. 228ff.; bei Clemens Schaefer, Einführung in die theoretische Physik, Bd. III, 1, S. 406ff.

Newton, also seit rund 250 Jahren, geführt worden²⁾). Aber bei allen Versuchen mit ihren vielen Varianten wird ohne jede Ausnahme der Energiestrom im dünneren Medium irgendwie gestört, insbesondere, da es ja nicht möglich ist, Energie nachzuweisen, ohne Energie zu entnehmen, die Totalität der Reflexion vernichtet; und somit scheint es in der Tat zunächst nicht möglich zu sein, ein Experiment zu ersinnen, die Lichtenergie im dünneren Medium nachzuweisen bei völliger Erhaltung der Totalität der Reflexion.

Es soll hier nicht im einzelnen auf diese die Totalreflexion störenden Versuche³⁾ eingegangen werden; besonders ausgiebig ist der sog. Lamellenversuch behandelt worden, da er die genaueste quantitative Prüfung der Maxwell'schen Theorie zuläßt. Er ist kürzlich in umfassender Form auf photographisch-photometrischem Wege von uns ausgeführt worden⁴⁾. Sehr bemerkenswert ist auch der Voigtsche Versuch⁵⁾, wo ein Prisma mit leicht geknickter Hypotenusenfläche benutzt wird, und der Versuch von Selenyi⁶⁾, der aber auch nicht frei zu sein scheint von dem Einwand der Störung der Lichtausbreitung im dünneren Medium.

§ 2. Neuartige Problemstellung und ihre experimentelle Verwirklichung

Es soll nun hier ein neuartiges Experiment beschrieben werden, welches keinen, wenn auch noch so geringen Eingriff in die Lichtbewegung im dünneren Medium vornimmt. Insbesondere findet keinerlei Energieabzapfung statt, so daß sich die totale Reflexion völlig ungestört abspielen kann. Trotzdem stellt aber dieses Experiment einen strengen Beweis für das Eindringen des Lichtes in das dünnere Medium dar und erlaubt überdies eine quantitative Prüfung der Maxwell'schen Theorie.

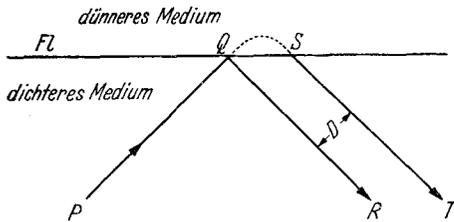


Abb. 1. Prinzip des Strahlenverlaufes

Das Experiment nimmt seinen Ausgang von der Aussage der Theorie, daß die Lichtenergie an bestimmten

Stellen der Grenzfläche in das dünnere Medium hineinflutet, um an anderer Stelle wieder vollständig zurückzufluten.

Der entscheidende Versuch sei hier schematisch in primitiver Form dargestellt:

In Abb. 1 bedeutet *FL* die senkrecht zur Papierebene stehend gedachte Grenzfläche zwischen dem optisch dichteren und dem optisch dünneren Medium. Sie wird von einem Lichtstrahl *PQ*, der im Winkelbereich der Totalreflexion verläuft, getroffen. Würde nun diese Reflexion direkt an der Grenze in *Q* erfolgen, so würde der totalreflektierte Lichtstrahl den Weg *QR* nehmen, wenn aber, entsprechend der Maxwell'schen Theorie, der Lichtstrahl zunächst in das dünnere

²⁾ J. Newton, *Optice, Liber secundus, Observatio 1.*

³⁾ Zusammenfassende Darstellung wie unter Anmerkung 1, wo sich auch die einzelnen Literaturangaben vorfinden.

⁴⁾ E. Goos und H. Hänchen, *Ann. Physik*, **43**, 383 (1943).

⁵⁾ W. Voigt, *Ann. Physik* **67**, 185 (1889).

⁶⁾ P. Selenyi, *C. R. Acad. Sci. Paris* **157**, 1408 (1913).

Medium eindringt, so wird er etwa im Punkte S dasselbe wieder verlassen und den Weg ST nehmen. Über den Verlauf der Lichtbewegung im dünneren Medium sei hier gar nichts vorausgesetzt; er ist in Abb. 1 schematisch durch die gestrichelte Linie zwischen Q und S angedeutet.

Wenn es nun auch nicht möglich ist, im Experiment mit einem einzelnen „Lichtstrahl“ zu arbeiten, sondern nur mit einem schmalen Lichtbündel von einem gewissen, wenn auch sehr geringen Öffnungswinkel, so wird das beschriebene Phänomen doch auch hier bestehen bleiben und eine Strahlversetzung D zwischen dem zunächst gedachten Strahl QR und dem wirklichen Strahl ST bewirken.

Es entsteht nun die Frage, ob es möglich ist,

erstens den gedachten Strahl QR im Experiment zu verwirklichen und damit überhaupt erst eine Strahlversetzung D sichtbar und meßbar zu machen und zweitens die offenbar sehr kleine Strahlversetzung mit hinreichend großer Genauigkeit zu messen.

Beides zu erreichen ist uns gelungen, und zwar auf folgendem Wege:

1. Verwirklichung des Strahles QR (Abb. 1). Das wird erreicht durch den Kunstgriff der Benutzung von Metallschichten, z. B. einer Silberschicht, die auf Glas aufgebracht ist. Eine Silberschicht, die nur etwa $50\text{ m}\mu$ dick ist, reflektiert nämlich im gelbroten Spektralbereich bereits 95% des auffallenden Lichtes⁷⁾, und zwar ziemlich unabhängig vom Einfallswinkel. Der hohe Absorptionskoeffizient des Silbers bewirkt dabei, daß das Licht, welches auf die Silberschicht auftrifft, nur außerordentlich wenig in die Schicht eindringen kann — schätzungsweise einige $\text{m}\mu$ — also schon in den allerobersten Schichten zur Umkehr, d. h. zur Reflexion gezwungen wird. Die Eindringtiefe in das Silber wird sicher weniger als 1% von derjenigen betragen, die man bei Totalreflexion, nämlich beim Eindringen des Lichtes in das dünnere Medium, vermuten darf, und die von der Größenordnung „einige Wellenlängen“, also größenordnungsmäßig $1000\text{ m}\mu$ sein wird.

Wenn also in Abb. 1 die Grenzfläche Fl versilbert gewesen wäre, so wäre praktisch die Reflexion des Strahles PQ im Punkte Q erfolgt und der Strahl QR wäre in die Erscheinung getreten.

Der wirkliche Versuch gestaltet sich nun so, daß man auf die Glasfläche, an der die Totalreflexion stattfinden soll, einen Silberstreifen aufbringt, wie es Abb. 2 in perspektivischer Darstellung zeigt.

Pr ist ein Glasprisma, an dessen hinterer Fläche $abcd$ die Totalreflexion erfolgen soll. Ein Teil der Fläche, nämlich der Streifen $efgh$, ist versilbert.

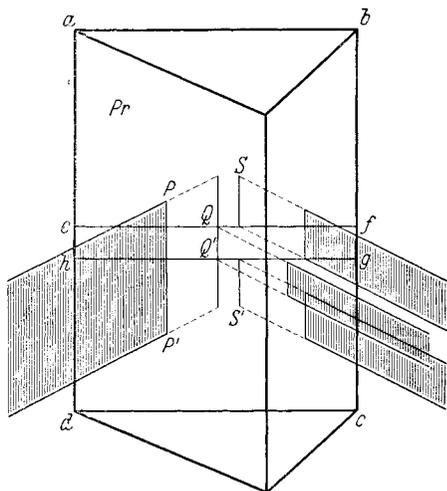


Abb. 2. Realisierung des Strahlenverlaufes

⁷⁾ F. Goos, Z. Physik **100**, 95 (1936).

Ein schmales Lichtband (schraffiert) dringt bei PP' in das Prisma ein; derjenige Teil desselben, der den Silberstreifen trifft, wird direkt an der Auftreffstelle, nämlich bei QQ' , reflektiert, während ober- und unterhalb das an Glas/Luft total-reflektierte Licht aus dem dünneren Medium zurückkehrend erst bei SS' seinen Ausgang nimmt. Das somit dreigeteilte reflektierte schmale Lichtband wird nun auf einer photographischen Platte aufgefangen und hinterläßt auf dieser eine Spur, wie es Abb. 3 zeigt. Die Strahlversetzung D kann somit direkt sichtbar gemacht werden.

2. Diese Strahlversetzung D wird nun naturgemäß sehr klein sein — Größenordnung Lichtwellenlänge — und damit zunächst fast unmeßbar scheinen; aber

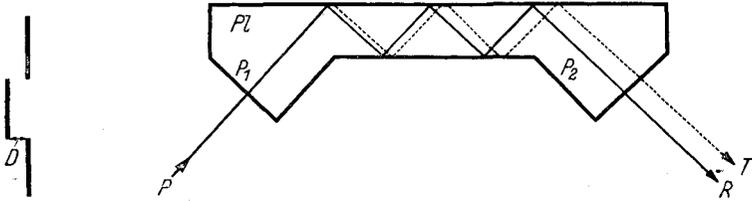


Abb. 3. Strahlversetzung

Abb. 4 Prinzip der Vielfachreflexion

es macht keine Schwierigkeiten, den Effekt zu vergrößern, nämlich durch Vielfachung der Reflexionen unter Benutzung einer planparallelen Glasplatte, wie es in Abb. 4 dargestellt ist.

Pl ist eine lange dünne, planparallele Glasplatte, einseitig oder beiderseitig, wie in Abb. 4, mit einem entsprechenden Silberstreifen versehen, an deren Ende zwei rechtwinklige Prismen P_1 und P_2 mit Öl angeklebt sind, um den Lichtein- und austritt zu ermöglichen. Der Verlauf des Strahles PR ist ausgezogen, der des Strahles PT ist gestrichelt eingezeichnet. Die Zahl der Reflexionen und damit die Vergrößerung der Strahlversetzung kann zwar nicht beliebig gesteigert werden, da die Reflexion an Silber (Strahl PR) nur etwa 95% des einfallenden Lichtes beträgt und bei mehrfacher Reflexion der reflektierte Strahl immer schwächer wird. Immerhin konnte die Zahl der Silberreflexionen maximal bis auf etwa 70 gebracht werden, wobei die Intensität des am Silber reflektierten Lichtes noch $(0,95)^{70} = 0,028$, also nicht ganz 3% des einfallenden Lichtes betrug. Durch die Vielfachreflexionen wurde aber erreicht, daß die Strahlversetzung D schon dem bloßen Auge deutlich sichtbar wurde und mit beträchtlicher Genauigkeit gemessen werden konnte (siehe § 4).

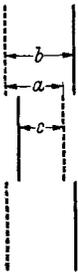


Abb. 5. Strahlversetzung bei der differentiellen Methode

3. Es soll jetzt noch eine modifizierte Form des Versuchs geschildert werden. Es ist wohl ohne weiteres klar, daß die Strahlversetzung D mit wachsender Lichtwellenlänge entsprechend wachsen wird, so daß also zwischen verschiedenfarbigem Licht (z. B. $\lambda = 0,578 \mu$ und $\lambda = 0,435 \mu$) eine differentielle Strahlversetzung stattfinden muß. Dieselbe wird entsprechend einer Wellenlängendifferenz $\Delta\lambda = =0,143 \mu$ allerdings recht klein werden. Um sie zu messen, benötigt man aber, da man keinen Nullstrahl braucht, auch keine Silberschicht, arbeitet also aus-

schließlich mit Totalreflexion, so daß ohne nennenswerten Lichtverlust die Zahl der Reflexionen weiterhin bedeutend gesteigert werden kann. Es gelang auch, diesen kleinen differentiellen Effekt mit hinreichender Genauigkeit zu messen, zumal die Versuchsanordnung so getroffen war, daß das Doppelte der differentiellen Strahlversetzung, also die Größe $2 \cdot \Delta D$ zur Messung kam.

Das geschah auf folgendem Wege: Von dem auffallenden schmalen Lichtband (siehe Abb. 2) konnte nacheinander wahlweise der obere und untere Teil oder aber der mittlere Teil abgeblendet werden. Es wurde zunächst oben und unten blaues in der Mitte gelbes Licht benutzt und die Lichtspur des reflektierten Lichtbandes auf einem photographischen Film aufgefangen, sodann wurde der Film um eine beliebige Strecke a verschoben und jetzt wieder die Lichtspur aufgenommen, wobei aber nun umgekehrt oben und unten gelbes und in der Mitte blaues Licht war.

In Abb. 5 ist die gelbe Spur durch eine ausgezogene, die blaue durch eine gestrichelte Linie dargestellt.

Es wird gemessen die Distanz b und c ; es ist $2 \cdot \Delta D = b - c$. Die Filmverschiebung a fällt bei der Differenzbildung heraus.

Nach diesen prinzipiellen Erörterungen soll jetzt der nähere Aufbau der Apparatur geschildert werden.

§ 3. Der Aufbau der Apparatur

Der Aufbau der Apparatur erfolgte auf einem Spektrometer von Schmidt und Haensch, dessen Teilkreis mit Nonius auf $30''$ abzulesen war.

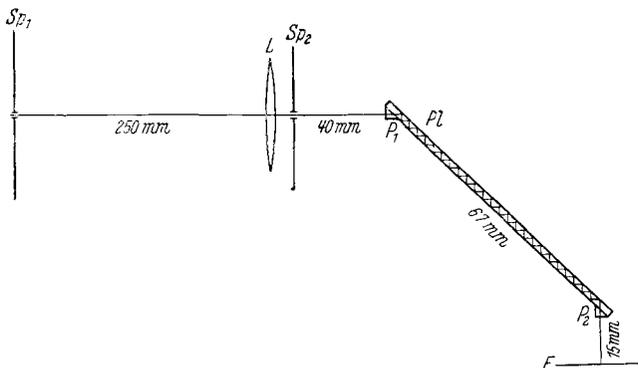


Abb. 6. Aufbau der Apparatur

Die Kollimatorlinse L (Abb. 6) hatte eine Brennweite von 250 mm. Der Spalt Sp_1 im Brennpunkt der Kollimatorlinse war 0,20 mm breit und 0,5 mm hoch. Hinter der Kollimatorlinse L war ein zweiter langer Spalt Sp_2 angebracht, dessen Breite auf 0,30 mm eingestellt war. Der Spalt Sp_1 konnte mit Hilfe von Kondensorlinsen wahlweise mit dem gelben, grünen und blauen Licht einer Quecksilberlampe und zum Justieren mit rotgefiltertem Bogenlicht beleuchtet werden, welches Licht dann, entsprechend den beiden Spalten, als schmales, etwa 0,3 mm breites Band die Reflexionsplatte Pl (siehe auch Abb. 4) traf. Die Platte Pl hatte eine nutzbare Länge von 67 mm und war wahlweise $\frac{1}{2}$ mm, 1 mm, und 2 mm dick. Der Öffnungswinkel des Lichtbandes betrug, wie durch einen Versuch festgestellt wurde, etwa $3'$ mit schnell seitlich abklingender Intensität.

Der Film F stand stets senkrecht zur Richtung des auffallenden Strahles.

Direkt hinter dem Spalt Sp_2 war ein rotierender Sektor eingebaut, der bewirkte, daß die verschiedenen Teile der Lichtspuren auf dem Film F (siehe Abb. 3 und 5) auf möglichst gleiche Schwärzung kamen. Außerdem befand sich noch direkt vor dem Film F eine Blendeneinrichtung, um für die differentielle Methode (siehe § 2 Nr. 3) die geeignete scharfe Ausblendung des gelben und blauen Lichtes vorzunehmen (siehe Abb. 5).

Die Vielfachreflexionen in der Platte Pl erfolgten nicht nur an der Grenze Glas/Luft, sondern auch wahlweise an der Grenze Glas/Wasser, was dadurch erreicht wurde, daß an der einen Seite der Platte Pl , an der sich auch der Versilberungsstreifen befand, eine Wasserschicht kapillar hochgesogen werden konnte. Sonst waren die Versilberungsstreifen, teils einseitig, teils auf beiden Seiten der Platte Pl angebracht; sie wurden durch Kathodenzerstäubung erzeugt und ihre Reflexionsfähigkeit gemessen (Genaueres hierüber ist in der unter 7) zitierten Arbeit gegeben).

Gelegentlich wurde auch zur Kontrolle oben und unten ein Versilberungsstreifen angebracht und der Mittelstreifen freigelassen.

Die Vermessung der Lichtspuren auf dem Film F — es konnten durch seitliche Verschiebung des Films nacheinander eine Reihe von Aufnahmen gemacht werden — erfolgte in der Hauptsache mit einem Meßmikroskop. Bei dem differentiellen Verfahren (siehe § 2 Nr. 3) wurde der Film auch mit 50facher Vergrößerung projiziert und die Messung an diesem vergrößerten Bild direkt mit einem Millimetermaßstab vorgenommen. Das Messen der Linien war einigermaßen schwierig, da durch die vielen Reflexionen die Lichtspuren in der Schärfe und besonders in ihren Konturen mehr oder weniger gelitten hatten, und zwar bei dem total reflektierten Licht stärker als bei dem an Silber reflektierten. Das rührt daher, daß, wenn die Reflexionsplatte auch noch so sauber geputzt ist, durch Streulichteffekt doch immer eine Qualitätseinbuße stattfindet. Auch an die Güte der Polituren wird eine hohe Anforderung gestellt und die Platten müssen gut planparallel sein (Interferenzplatten).

§ 4. Die Messungen

Abb. 7 gibt schematisch die Strahlversetzung V in Luft für eine Reflexion; sie wird erhalten durch Division der wirklich gemessenen Strahlverschiebung G durch die Zahl Z der wirksamen Reflexionen, also $V = \frac{G}{Z}$. Die Strahlversetzung D im Glas, also im dichteren Medium, die hier allein interessiert, ist entsprechend der Brechung durch das Prisma P_2

$$D = V \cdot \frac{\cos \beta'}{\cos \alpha'} = \frac{G}{Z} \cdot \frac{\cos \beta'}{\cos \alpha'}$$

Der Faktor $\frac{\cos \beta'}{\cos \alpha'}$ beträgt bei der Totalreflexion an Wasser, und zwar bei Aufnahme:

Nr. 67—69 (siehe weiter unter Tabelle 2)	$\frac{\cos \beta'}{\cos \alpha'} = 1,075$
Nr. 70—71	$= 1,070$
Nr. 72—73	$= 1,068$

Bei allen übrigen Aufnahmen, also bei der Totalreflexion an Luft, ist dieser Faktor innerhalb der Meßgenauigkeit gleich 1.

Insbesondere ist noch zu bemerken, daß bei den differentiellen Aufnahmen ($\lambda = 0,578 \mu$ gegen $\lambda = 0,435 \mu$), d. h. bei den Aufnahmen Nr. 11—23 (siehe Tabelle 3) der Eintritt des Strahles PQ in das Prisma P_1 immer genau senkrecht erfolgte (also $\alpha = \beta = 0$), damit hier keine Dispersion auftreten und den Effekt der differentiellen Strahlversetzung verfälschen konnte. Da der Prismenwinkel γ des Prismas P_1 $44^\circ 37', 5$ betrug und der Winkel δ des Prismas P_2 $44^\circ 45', 5$, also beide nahezu 45° waren, so war auch der Austritt der Strahlen QR und ST aus dem Prisma P_2 so nahezu senkrecht, daß auch hier keine irgendwie merkliche Dispersionswirkung zustande kam.

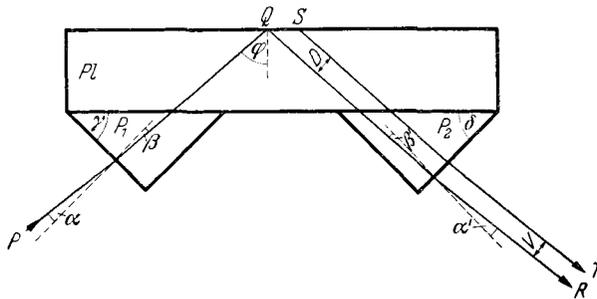


Abb. 7. Wirklicher Verlauf der Strahlen

Die Brechungsindizes der beiden Prismen P_1 und P_2 und der drei jeweils benutzten Platten sowie der Wasserschicht (bei $20^\circ C$), ferner die jeweiligen Grenzwinkel φ_g der Totalreflexion ($\sin \varphi_g = \frac{n_2}{n_1}$) sind in Tabelle 1 gegeben. Hier ist

Tabelle 1

	$\frac{n_2}{n_1}$			φ_g		
	$\lambda_{vac} = 0,578 \mu$	$\lambda_{vac} = 0,546 \mu$	$\lambda_{vac} = 0,435 \mu$	$\lambda_{vac} = 0,578 \mu$	$\lambda_{vac} = 0,546 \mu$	$\lambda_{vac} = 0,435 \mu$
Prisma P_1 und P_2 geg. Luft	$\frac{1}{1,5171}$	$\frac{1}{1,5187}$	$\frac{1}{1,5268}$	—	—	—
Platte $\frac{1}{2}$ mm dick geg. Luft	$\frac{1}{1,5175}$	$\frac{1}{1,5192}$	$\frac{1}{1,5272}$	$41^\circ 13', 3$	$41^\circ 10', 0$	$40^\circ 54', 2$
Platte 1 mm dick geg. Luft	$\frac{1}{1,5170}$	$\frac{1}{1,5187}$	$\frac{1}{1,5267}$	$41^\circ 14', 2$	$41^\circ 10', 9$	$40^\circ 55', 2$
Platte 1 mm dick geg. Wasser	$\frac{1,3333}{1,5170}$	$\frac{1,3344}{1,5187}$	$\frac{1,3403}{1,5267}$	$61^\circ 30', 6$	$61^\circ 29', 0$	$61^\circ 23', 5$
Platte 2 mm dick geg. Luft	—	$\frac{1}{1,5105}$	—	—	$41^\circ 27', 3$	—

Tabelle 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Nr. der Aufnahme	Art der Aufnahme	benutzte Hg-Linie λ_{vac}	φ	$\varphi - \varphi_G$	G	Z	D	D λ_1	$\sqrt{\sin^2 \varphi - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}$	Gruppe
27	1 mm Platte $S-G$ an Luft	$e, 0,578\mu$	$44^\circ 37', 4$	$3^\circ 23', 2$	$48,0\mu$	34	$1,41\mu$	3,70	0,2427	I
28	1 mm Platte $S-G$ an Luft	$e, 0,578\mu$	$44^\circ 37', 4$	$3^\circ 23', 2$	$42,5\mu$	34	$1,25\mu$	3,28	0,2427	
29	1 mm Platte $S-G$ an Luft	$e, 0,578\mu$	$44^\circ 37', 4$	$3^\circ 23', 2$	$21,0\mu$	34	$0,62\mu$	1,62	0,2427	
30	1 mm Platte $S-G$ an Luft	$e, 0,578\mu$	$44^\circ 37', 4$	$3^\circ 23', 2$	$38,0\mu$	34	$1,12\mu$	2,94	0,2427	
32	1 mm Platte $S-G$ an Luft	$e, 0,578\mu$	$44^\circ 37', 4$	$3^\circ 23', 2$	$13,0\mu$	34	$0,38\mu$	1,00	0,2427	
33	1 mm Platte $S-G$ an Luft	$e, 0,578\mu$	$44^\circ 37', 4$	$3^\circ 23', 2$	$17,3\mu$	34	$0,51\mu$	1,34	0,2427	
34	1 mm Platte $S-G$ an Luft	$e, 0,578\mu$	$44^\circ 37', 4$	$3^\circ 23', 2$	$28,8\mu$	34	$0,85\mu$	2,22	0,2427	
36	1 mm Platte $S-G$ an Luft	$e, 0,578\mu$	$44^\circ 37', 4$	$3^\circ 23', 2$	$35,6\mu$	34	$1,05\mu$	2,74	0,2427	
37	1 mm Platte $S-G$ an Luft	$e, 0,578\mu$	$44^\circ 37', 4$	$3^\circ 23', 2$	$27,0\mu$	34	$0,79\mu$	2,08	0,2427	
38	1 mm Platte $S-G$ an Luft	$e, 0,578\mu$	$44^\circ 37', 4$	$3^\circ 23', 2$	$18,2\mu$	34	$0,53\mu$	1,41	0,2427	
40	1 mm Platte $S-G$ an Luft	$e, 0,578\mu$	$44^\circ 37', 4$	$3^\circ 23', 2$	$41,3\mu$	34	$1,22\mu$	3,19	0,2427	
41	1 mm Platte $S-G$ an Luft	$e, 0,578\mu$	$44^\circ 37', 4$	$3^\circ 23', 2$	$30,3\mu$	34	$0,89\mu$	2,34	0,2427	
43	1 mm Platte $S-G$ an Luft	$d, 0,578\mu$	$44^\circ 37', 4$	$3^\circ 23', 2$	$61,9\mu$	62	$1,00\mu$	2,62	0,2427	
44	1 mm Platte $S-G$ an Luft	$d, 0,578\mu$	$44^\circ 37', 4$	$3^\circ 23', 2$	$45,6\mu$	60	$0,76\mu$	2,00	0,2427	
39	$1/2$ mm Pl. $S-G$ an Luft	$e, 0,578\mu$	$44^\circ 36', 5$	$3^\circ 23', 2$	$33,0\mu$	66	$0,50\mu$	1,31	0,2427	
45	$1/2$ mm Pl. $S-G$ an Luft	$e, 0,578\mu$	$44^\circ 36', 5$	$3^\circ 23', 2$	$55,3\mu$	66	$0,84\mu$	2,20	0,2427	
46	$1/2$ mm Pl. $S-G$ an Luft	$e, 0,578\mu$	$44^\circ 36', 5$	$3^\circ 23', 2$	$58,7\mu$	66	$0,89\mu$	2,34	0,2427	
47	$1/2$ mm Pl. $S-G$ an Luft	$e, 0,578\mu$	$44^\circ 36', 5$	$3^\circ 23', 2$	$56,0\mu$	66	$0,85\mu$	2,23	0,2427	
48	$1/2$ mm Pl. $S-G$ an Luft	$e, 0,578\mu$	$44^\circ 36', 5$	$3^\circ 23', 2$	$54,1\mu$	66	$0,82\mu$	2,15	0,2427	
49	$1/2$ mm Pl. $S-G$ an Luft	$e, 0,578\mu$	$44^\circ 36', 5$	$3^\circ 23', 2$	$52,0\mu$	66	$0,79\mu$	2,07	0,2427	
51	$1/2$ mm Pl. $S-G$ an Luft	$e, 0,578\mu$	$44^\circ 36', 5$	$3^\circ 23', 2$	$65,7\mu$	66	$1,00\mu$	2,61	0,2427	
52	$1/2$ mm Pl. $S-G$ an Luft	$e, 0,578\mu$	$44^\circ 36', 5$	$3^\circ 23', 2$	$54,5\mu$	66	$0,83\mu$	2,17	0,2427	
53	$1/2$ mm Pl. $S-G$ an Luft	$e, 0,578\mu$	$44^\circ 36', 5$	$3^\circ 23', 2$	$49,0\mu$	66	$0,74\mu$	1,95	0,2427	
54	$1/2$ mm Pl. $S-G$ an Luft	$e, 0,578\mu$	$44^\circ 36', 5$	$3^\circ 23', 2$	$44,0\mu$	66	$0,67\mu$	1,75	0,2427	
55	$1/2$ mm Pl. $S-G$ an Luft	$e, 0,578\mu$	$44^\circ 36', 5$	$3^\circ 23', 2$	$41,7\mu$	66	$0,63\mu$	1,66	0,2427	
56	1 mm Platte $S-G$ an Luft	$e, 0,578\mu$	$41^\circ 38', 2$	$0^\circ 24', 0$	$94,0\mu$	37	$2,54\mu$	6,67	0,0831	
57	1 mm Platte $S-G$ an Luft	$e, 0,578\mu$	$41^\circ 38', 2$	$0^\circ 24', 0$	$87,0\mu$	37	$2,35\mu$	6,17	0,0831	
58	1 mm Platte $S-G$ an Luft	$e, 0,578\mu$	$41^\circ 38', 2$	$0^\circ 24', 0$	$90,1\mu$	37	$2,44\mu$	6,40	0,0831	
62	1 mm Platte $S-G$ an Luft	$e, 0,578\mu$	$41^\circ 33', 6$	$0^\circ 19', 4$	102μ	37	$2,76\mu$	7,24	0,0747	
63	1 mm Platte $S-G$ an Luft	$e, 0,578\mu$	$41^\circ 33', 6$	$0^\circ 19', 4$	108μ	37	$2,92\mu$	7,66	0,0747	
64	1 mm Platte $S-G$ an Luft	$e, 0,546\mu$	$41^\circ 28', 6$	$0^\circ 17', 7$	106μ	37	$2,84\mu$	7,88	0,0713	
65	1 mm Platte $S-G$ an Luft	$e, 0,435\mu$	$41^\circ 14', 6$	$0^\circ 19', 4$	$68,1\mu$	37	$1,84\mu$	6,46	0,0746	
59	$1/2$ mm Pl. $S-G$ an Luft	$e, 0,578\mu$	$41^\circ 37', 0$	$0^\circ 23', 7$	176μ	74	$2,38\mu$	6,25	0,0827	
60	$1/2$ mm Pl. $S-G$ an Luft	$e, 0,578\mu$	$41^\circ 37', 0$	$0^\circ 23', 7$	172μ	74	$2,32\mu$	6,09	0,0827	
77	1 mm Platte $S-G$ an Luft	$d, 0,578\mu$	$41^\circ 27', 8$	$0^\circ 13', 6$	216μ	62	$3,48\mu$	9,13	0,0625	
78	1 mm Platte $S-G$ an Luft	$d, 0,578\mu$	$41^\circ 27', 8$	$0^\circ 13', 6$	212μ	62	$3,45\mu$	9,05	0,0625	
79	1 mm Platte $S-G$ an Luft	$d, 0,578\mu$	$41^\circ 27', 8$	$0^\circ 13', 6$	223μ	62	$3,60\mu$	9,45	0,0625	
80	1 mm Platte $S-G$ an Luft	$d, 0,578\mu$	$41^\circ 27', 8$	$0^\circ 13', 6$	221μ	62	$3,56\mu$	9,35	0,0625	
81	1 mm Platte $S-G$ an Luft	$d, 0,578\mu$	$41^\circ 27', 8$	$0^\circ 13', 6$	205μ	62	$3,30\mu$	8,67	0,0625	
67	1 mm Platte $S-G$ a. Wass.	$e, 0,546\mu$	$62^\circ 38', 8$	$1^\circ 9', 8$	$22,4\mu$	17	$1,42\mu$	3,94	0,1303	
68a	1 mm Platte $S-G$ a. Wass.	$e, 0,578\mu$	$62^\circ 40', 5$	$1^\circ 9', 9$	$36,6\mu$	17	$2,31\mu$	6,06	0,1295	
68b	1 mm Platte $S-G$ a. Wass.	$e, 0,546\mu$	$62^\circ 38', 8$	$1^\circ 9', 8$	$37,4\mu$	17	$2,36\mu$	6,55	0,1303	
69	1 mm Platte $S-G$ a. Wass.	$e, 0,546\mu$	$62^\circ 38', 8$	$1^\circ 9', 8$	$30,5\mu$	17	$1,93\mu$	5,37	0,1303	
70	1 mm Platte $S-G$ a. Wass.	$e, 0,578\mu$	$62^\circ 2', 1$	$0^\circ 31', 5$	$42,4\mu$	17	$2,66\mu$	6,98	0,0874	
71	1 mm Platte $S-G$ a. Wass.	$e, 0,578\mu$	$62^\circ 2', 1$	$0^\circ 31', 5$	$45,0\mu$	17	$2,84\mu$	7,46	0,0874	
72	1 mm Platte $S-G$ a. Wass.	$e, 0,578\mu$	$61^\circ 49', 7$	$0^\circ 19', 1$	$57,5\mu$	17	$3,61\mu$	9,48	0,0681	
73	1 mm Platte $S-G$ a. Wass.	$e, 0,578\mu$	$61^\circ 49', 7$	$0^\circ 19', 1$	$60,3\mu$	17	$3,79\mu$	9,95	0,0681	
87	2 mm Platte $S-G$ an Luft	$d, 0,546\mu$	$41^\circ 27', 3$	$\sim 0^\circ 0'$	(Näheres siehe Seite 341 u. Seite 346)					

a-f

der Brechungsindex im dichteren Medium (Glas) mit n_1 , der Brechungsindex im dünneren Medium (Luft bzw. Wasser) mit n_2 bezeichnet, jeweils für die Wellenlängen $\lambda_{vac} = 0,578 \mu$, $\lambda_{vac} = 0,546 \mu$ und $\lambda_{vac} = 0,435 \mu$.

Tabelle 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11																																											
Nr. der Aufnahme	Art der Aufnahme	be-	φ	$\varphi - \varphi_G$	G	Z	AD	$\frac{AD}{\lambda}$	$\left(\frac{n_2^2}{n_1^2} - \sin^2 \varphi\right)$	Gruppe																																											
		nutzte Hg-Linie λ_{vac}																																																			
11	1/2 mm Platte, Glas an Luft	Diffz. 0,578 μ	44° 36', 5	3° 23', 2 für $\lambda =$ 0,578 μ	32,7 μ	133	0,246 μ	2,57	0,2427 für $\lambda =$ 0,578 μ	VI																																											
12											0,435 μ	44° 36', 5	3° 42', 2 für $\lambda =$ 0,435 μ	24,6 μ	133	0,185 μ	1,93	0,2537 für $\lambda =$ 0,435 μ																																			
14																			44° 36', 5	3° 42', 2 für $\lambda =$ 0,435 μ	27,5 μ	133	0,207 μ	2,16	0,2537 für $\lambda =$ 0,435 μ																												
15																										44° 36', 5	3° 42', 2 für $\lambda =$ 0,435 μ	25,5 μ	133	0,192 μ	2,00	0,2537 für $\lambda =$ 0,435 μ																					
16																																	44° 36', 5	3° 42', 2 für $\lambda =$ 0,435 μ	19,5 μ	133	0,147 μ	1,53	0,2537 für $\lambda =$ 0,435 μ														
17																																								44° 36', 5	3° 42', 2 für $\lambda =$ 0,435 μ	34,3 μ	133	0,258 μ	2,69	0,2427 für $\lambda =$ 0,578 μ							
18																																															44° 36', 5	3° 42', 2 für $\lambda =$ 0,435 μ	17,0 μ	67	0,254 μ	2,65	0,2537 für $\lambda =$ 0,435 μ
19																																																					
20	44° 37', 5	3° 42', 2 für $\lambda =$ 0,435 μ	13,6 μ	67	0,203 μ	2,12	0,2537 für $\lambda =$ 0,435 μ																																														
21								44° 37', 5	3° 42', 2 für $\lambda =$ 0,435 μ	12,2 μ	67	0,182 μ	1,90	0,2537 für $\lambda =$ 0,435 μ																																							
23															44° 37', 5	3° 42', 2 für $\lambda =$ 0,435 μ	12,2 μ	67	0,182 μ	1,90	0,2537 für $\lambda =$ 0,435 μ																																

In Tabelle 2 und Tabelle 3, letztere für die differentielle Methode, sind nun sämtliche Messungen in Gruppen gefaßt (siehe Spalte 11) zusammengestellt. In Spalte 2 „Art der Aufnahme“ ist die Dicke der jeweils benutzten Reflexionsplatte angegeben. Es bedeutet z. B. die Bezeichnung $S-G$ an Luft, e , daß die Platte einseitig (e) mit einem Versilberungsstreifen auf dem Glas ($S-G$) versehen war, während „ d “ bedeutet, daß sich an beiden Seiten des Glases ein Versilberungsstreifen befand, wodurch die Zahl der wirksamen Reflexionen etwa verdoppelt werden konnte, was leider meistens ein Qualitätseinbuße der Lichtspur auf dem Film zur Folge hatte. Daher ist der beiderseitige Versilberungsstreifen nur relativ selten benutzt worden. Spalte 4 gibt die Einfallswinkel φ des Lichtbandes im dichteren Medium, bezogen auf die Winkelmitte des etwa 3' geöffneten Bandes. Spalte 5 gibt den entsprechenden Winkelabstand $\varphi - \varphi_G$ von dem Grenzwinkel der Totalreflexion, wie er in Tabelle 1 gegeben ist. Spalte 6 enthält die wirklich gemessene Strahlversetzung G ausgedrückt in μ . Spalte 7 gibt die Zahl Z der wirksamen Reflexionen, Spalte 8 die gesuchte Strahlversetzung $D = \frac{G}{Z} \cdot \frac{\cos \beta'}{\cos \alpha'}$ im dichteren Medium, bezogen auf eine Reflexion, ebenfalls ausgedrückt in μ .

In Tabelle 3 stehen in Spalte 6 und 8 die entsprechenden differentiellen Verschiebungen ΔG und ΔD . Schließlich stehen in Spalte 9 der Tabelle 2 die Werte für die Strahlversetzung D in Einheiten der Wellenlänge λ_1 für das dichtere Medium, also die Werte $\frac{D}{\lambda_1}$, entsprechend Spalte 9 der Tabelle 3 die Werte $\frac{\Delta D}{\Delta \lambda_1}$, wo $\Delta \lambda_1 = \lambda_1 \text{ gelb} - \lambda_1 \text{ blau} = 0,096 \mu$ ist. Spalte 10 wird auf S. 344/345 näher erklärt werden. Wie man aus den bei gleichem $\varphi - \varphi_G$ gemachten Aufnahmen ersieht (Gruppe I und II der Tabelle 2 und Gruppe VI und VII der Tabelle 3) ist die Streuung der Einzelwerte von D recht beträchtlich und eben bedingt durch die Schwierigkeit der Messung der dreistufig abgesetzten Lichtspur (siehe die Abb. 3, 5, 9, 10, 11).

Das Bemerkenswerteste der Messungen und der aus ihnen ermittelten D -Werte ist nun, daß diese Werte- D , also die Strahlversetzung, bei fortschreitender Annäherung an den Grenzwinkel der Totalreflexion stark zunimmt (siehe die Gruppen III und IV). Während bei Gruppe I und II, wo $\varphi - \varphi_G = 3^\circ 23'$, 2 ist, die

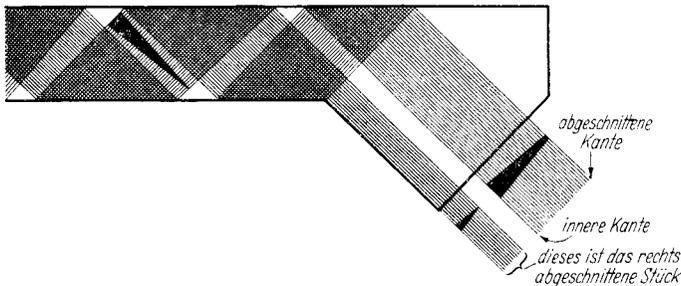


Abb. 8.

Strahlenverlauf unmittelbar an der Grenze der Totalreflexion

Strahlversetzung im Mittel $0,84 \mu$ beträgt, steigt dieser Wert z. B. bei den Aufnahmen 77—81 (Gruppe IV), wo der Winkelabstand von der Grenze nur noch $0^\circ 13'$, 6 ist, im Mittel auf $3,48 \mu$, also auf über das Vielfache an. Noch deutlicher aber tritt diese Tatsache hervor bei den Aufnahmen 87a—f (siehe Abb. 10), die mit einer 2 mm dicken Platte bei 33 wirksamen Reflexionen gemacht waren, und bei denen so gut wie möglich auf den Grenzwinkel der Totalreflexion eingestellt war. Da das Lichtband aber einen Öffnungswinkel von etwa $3'$ hat, so fällt notwendigerweise schon ein Teil des Lichtbandes in das Gebiet der partiellen Reflexion und wird hier bald durch Lichtverminderung infolge der Vielfachreflexionen unsichtbar. Nur sehr dicht an der Grenze im Gebiet der partiellen Reflexion, wo der Reflexionskoeffizient noch nahe an 1 liegt, wird sich etwas partiell reflektiertes Licht auf dem photographischen Film vorfinden. Der andere, total reflektierte Teil des Lichtbandes ist stark verbreitert und zeigt eine eigenartige streifige Struktur, die durch Beugung am Spalt Sp_2 bedingt ist. Die linke „innere“ Kante dieser Lichtspur zeigt eine Strahlversetzung von etwa 800μ , d. h. auf eine Reflexion umgerechnet eine Strahlversetzung von etwa 24μ . Die rechte „äußere“ Kante, soweit man bei der streifigen Struktur noch von einer Kante reden kann, erscheint abvignettiert. Nur ganz oben auf dieser Aufnahme (Abb. 10), wo die Lichtspur besonders intensiv ausgefallen ist, findet die rechte „äußere“ Kante ihre Begrenzung durch die geometrischen Verhältnisse der benutzten 2 mm dicken Reflexionsplatte. Diese läßt nämlich im günstigsten Falle nur ein Lichtband von

etwa 2,2 mm Breite durch. Was von der Lichtspur rechts abgeschnitten ist, findet sich aber links davon wieder vor, wie es aus der schematischen Darstellung der

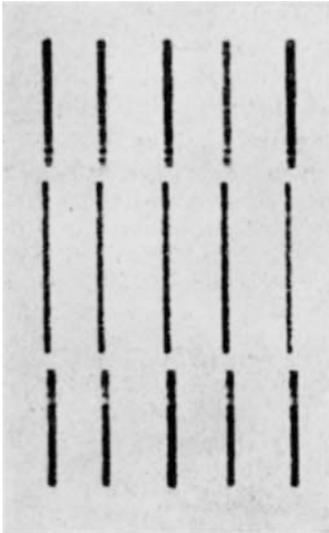


Abb. 9. Vergrößertes Bild von Aufnahme 64

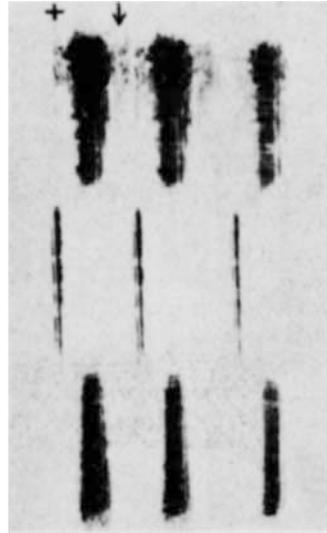


Abb. 10. desgl. von Aufnahme 87a

Abb. 8 hervorgeht, und wie es die Photographie Abb. 10 z. B. an der mit $+$ markierten Stelle zeigt. Man erkennt deutlich, daß die Lichtspur nach rechts hin abklingt und durch Lichtschwäche allmählich unsichtbar wird. Dies ist in der schematischen Darstellung der Abb. 8 durch den schwarzen Keil angedeutet.

Zwischen den drei Einzelbildern der Abb. 10 sind außerdem, z. B. unter der mit \downarrow bezeichneten Stelle weitere schwache Streifen sichtbar, die durch Streulicht hervorgerufen sind, da an sich hier regulär kein Licht hingelangen kann.

Es möge schon hier vorweggenommen werden, was erst in § 5 näher ausgeführt werden wird, daß die Lichtspur von der inneren Kante an sich bis ins Unendliche erstrecken müßte, die Lichtspur also unendlich breit sein müßte. Die äußere Kante, die also im Unendlichen liegen würde, würde gerade dem „Lichtstrahl“ des benutzten $3'$ geöffneten Lichtbandes entsprechen, der genau, im Grenzwinkel der Totalreflexion verläuft.

Abb. 9 ist eine Reproduktion von Aufnahme 64 in $3\frac{1}{3}$ facher Vergrößerung; sie zeigt 5 Bilder der Lichtspuren bei $\varphi - \varphi_0 = 0^\circ 17', 7$ (siehe dazu Abb. 3). Die Lichtspur bei der Total-

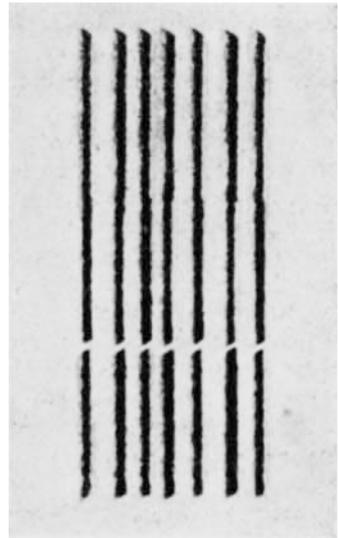


Abb. 11. Vergrößertes Bild von Aufnahme 18

reflexion an Glas (oben und unten) ist deutlich breiter als die Reflexion an Silber (in der Mitte).

Diese Erscheinung tritt noch eindrucksvoller hervor bei Abb. 10. Seine Deutung ist auf S. 342 und 343 ausführlich geschildert.

Sie ist eine Reproduktion von Aufnahme 87a in $3\frac{1}{3}$ facher Vergrößerung und zeigt 3 Bilder der Lichtspuren unmittelbar am Grenzwinkel der Totalreflexion.

Abb. 11 ist eine Reproduktion von Aufnahme Nr. 18 in $4\frac{1}{2}$ facher Vergrößerung. Sie zeigt 7 Bilder der Lichtspuren bei der differentiellen Methode (siehe dazu Abb. 5). Oben und unten abwechselnd blau-gelb-blau usw., dagegen in der Mitte mit Gelb beginnend, also abwechselnd gelb-blau-gelb usw.

§ 5. Die Funktion $\sqrt{\sin^2 \varphi - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}$ und die Konstante k

Um die vorliegenden Messungen der Strahlversetzung D , die, wie gezeigt, eine starke Variation von D mit dem Winkelabstand $\varphi - \varphi_G$ zeigen, einer einheitlichen Bearbeitung unterziehen zu können, ist es notwendig, das Gesetz zu kennen, dem diese Erscheinung unterliegt.

Nun lehrt die Maxwell'sche Theorie, daß die bei der Totalreflexion in das dünnere Medium eindringende Lichtenergie eine quergedämpfte Welle darstellt, deren Amplitude exponentiell abklingt mit dem Exponentialfaktor $e^{-\frac{2\pi z}{\lambda_1} \cdot \sqrt{\sin^2 \varphi - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}}$. Hier bedeutet z der senkrechte Abstand von der Grenzfläche, λ_1 die Wellenlänge im dichteren Medium, also $\lambda_1 = \frac{\lambda_{vac}}{n_1}$, φ der Einfallswinkel im dichteren Medium, n_1 der Brechungsindex vom dichteren Medium und n_2 derjenige vom dünneren Medium.

Nun bewirkt aber die Querdämpfung der Lichtbewegung im dünneren Medium eine sogenannte „Eindringtiefe“ des total reflektierten Lichtes in das dünnere Medium. Mit dieser Eindringtiefe muß aber das Phänomen der Strahlversetzung D in direktem Zusammenhang stehen. In der Tat konnte für das gesamte vorliegende Beobachtungsmaterial einheitlich die Größe D dargestellt werden durch

$$D = k \cdot n_2 \cdot \frac{\lambda_1}{\sqrt{\sin^2 \varphi - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}}, \quad (1)$$

wo k eine dimensionslose Konstante ist. Hieraus folgt, daß der Exponentialfaktor der Maxwell'schen Theorie auch in der Form $e^{-2\pi k \cdot n_2 \cdot \frac{z}{D}}$ geschrieben werden kann.

Diese Konstante k

$$k = \frac{D}{\lambda_1} \cdot \frac{1}{n_2} \cdot \sqrt{\sin^2 \varphi - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2} \quad (2)$$

wurde aus den Beobachtungen, also auf rein empirischen Wege bestimmt. In den Tabellen 2 und 3 sind in Spalte 10 die jeweiligen Werte von $\sqrt{\sin^2 \varphi - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2} = \sqrt{\sin^2 \varphi - \sin^2 \varphi_G}$ angegeben.

⁸⁾ z. B. bei Clemens Schaefer, Einführung in die theoretische Physik. Bd. III, 1, S. 414.

Diese Wurzel wird mit Annäherung von φ an φ_G zuerst langsam, dann aber dicht vor der Grenze, also für φ sehr nahe $= \varphi_G$ sehr schnell immer kleiner und kleiner. Dementsprechend wächst die Strahlversetzung D zuerst langsam, dann dicht vor der Grenze rapide an, wie es Abb. 10 zeigte.

Wenn es möglich wäre, mit einem energieführenden Lichtband vom Öffnungswinkel 0 zu arbeiten, so würde man bei immer größerer Annäherung an den Grenzwinkel der Totalreflexion beobachten, daß die Strahlversetzung D beliebig wächst um beim Grenzwinkel selbst unendlich groß zu werden. Das bedeutet aber, daß hier, also im Grenzfalle, die in das dünnere Medium eingetretene Lichtenergie längs der Grenzfläche bis ins Unendliche laufen würde. Wie die Maxwellsche Theorie lehrt, würde für diesen Grenzfalle die Welle homogen, also nicht mehr quergedämpft sein.

Was nun die Konstante k anbelangt, so wurde ihr wahrscheinlichster Wert aus dem gesamten Beobachtungsmaterial auf folgendem Wege bestimmt. Bei den Gruppen I und II der Tabelle 2, wo alle Aufnahmen mit gleichem Wert $\varphi - \varphi_G$ gemacht sind, wurde innerhalb jeder Gruppe das arithmetische Mittel aller D -Werte (alle mit gleichem Gewicht angesetzt) gebildet und mit diesem gemäß Gl. (2) (S. 344) der entsprechende k -Wert errechnet. Ebenso wurde bei den differentiellen Aufnahmen der Gruppen VI und VII (Tabelle 3) verfahren und die Mittelwerte $\Delta D = D_{\text{gelb}} - D_{\text{blau}}$ gebildet (s. Abb. 5 und 11) und wieder k errechnet aus

$$k = \frac{\Delta D}{\left(\sqrt{\sin^2 \varphi - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2} \right)_{\text{gelb}} - \left(\sqrt{\sin^2 \varphi - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2} \right)_{\text{blau}}} \quad (3)$$

Bei den Aufnahmen der Gruppen III, IV, V (Tabelle 2) dagegen wurde für jede einzelne Aufnahme aus dem D -Wert der k -Wert berechnet und innerhalb jeder Gruppe der Mittelwert von k gebildet. In Tabelle 4 sind diese Gruppenmittel zusammengestellt.

Tabelle 4

Gruppe	k	wahr-scheinl. Fehler w in % von k	Gewichte $p \sim \frac{1}{w^2}$	Gruppe	k	wahr-scheinl. Fehler w in % von k	Gewichte $p \sim \frac{1}{w^2}$
I	0,564	$\pm 7,9\%$	1	V	0,510	$\pm 3,5\%$	5
II	0,505	$\pm 3,2\%$	6	VI	0,451	$\pm 5,2\%$	2
III	0,537	$\pm 1,5\%$	28	VII	0,478	$\pm 4,9\%$	3
IV	0,553	$\pm 1,7\%$	22				

Wie man sieht, geben die differentiellen Aufnahmen (Gruppe VI und VII) einen kleineren Wert für k .

In Spalte 3 der Tabelle sind die innerhalb jeder Gruppe ermittelten wahrscheinlichen prozentualen Fehler w angegeben, entsprechend in Spalte 4 die Gewichte $p \sim \frac{1}{w^2}$, mit denen das Generalmittel von Gruppe I—VII gebildet wurde.

Dieses ergab sich zu

$$k = \frac{\Sigma(k \cdot p)}{\Sigma p} = 0,533 \pm 1,1\% \quad (\text{prozentualer wahrscheinlicher Fehler}).$$

Der wahrscheinliche Fehler w ist für die einzelnen Gruppen äußerst verschieden,

bei den Gruppen III und IV relativ klein, weil eben hier die Strahlversetzung D schon beträchtlich groß, also die prozentuale Meßgenauigkeit groß ist. Es muß aber betont werden, daß bei den Gruppen III und IV, bei denen die Werte $\varphi - \varphi_a$ schon von der Größenordnung Bogenminuten sind, ein Fehler von einer halben Minute in der Winkeleinrichtung (das ist die Ablesegenauigkeit des Nonius der Kreisteilung) sich schon recht bemerkbar macht. So bewirkt z. B. für $\varphi - \varphi_a = 15'$ ein Fehler $\Delta(\varphi - \varphi_a)$ von $1/2'$ bereits einen Fehler von über 3% in dem Faktor $\sqrt{\sin^2 \varphi - \sin^2 \varphi_a}$.

In Anbetracht dieser Tatsache scheint die Mittelbildung mit so stark verschiedenen Gewichten nicht berechtigt. Bildet man dagegen das Mittel aus den Gruppen I—VII, wenn alle 7 Gruppen mit gleichem Gewicht angesetzt sind, so ergibt sich $k = 0,514 \pm 2,1\%$ (wahrscheinlicher Fehler).

Ein weiterer Versuch der Mittelbildung wurde gemacht, indem für sämtliche Aufnahmen einzeln, also ohne Gruppeneinteilung die k -Werte berechnet und mit gleichem Gewicht gemittelt wurden. Er führte zu dem Wert

$$k = 0,519 \pm 1,8\% \text{ (wahrscheinlicher Fehler),}$$

so daß es berechtigt erscheint, als Generalmittel für k anzusetzen:

$$k = 0,52 \pm 2\% \text{ (prozentualer wahrscheinlicher Fehler).}$$

Berechnet man jetzt für die Aufnahme 87a aus Gl. (1) mit diesem Wert für k und mit der gemessenen Verschiebung D (s. S. 344 und Abb. 10) den Wert $\varphi - \varphi_a$ für die „innere“ Kante der Lichtspur, so ergibt sich: $\varphi - \varphi_a = 13''$; d. h., daß der weitaus größte Teil des $3'$ geöffneten Lichtbandes bereits im Gebiet der partiellen Reflexion lag.

Nachtrag bei der Korrektur:

Im Winter 1943/44 wurden die Versuche mittels der differentiellen Methode mit polarisiertem Licht wiederholt.

Es ergab sich:

elektrischer Vektor senkrecht zur Einfallsebene: $\Delta D = 0,230 \mu$,

elektrischer Vektor parallel zur Einfallsebene: $\Delta D = 0,231 \mu$,

also kein Unterschied.

Die Konstante k berechnet sich daraus zu $k = 0,52$.

Hamburg, Physikalisches Staatsinstitut, den 25. Oktober 1943.

(Bei der Redaktion eingegangen am 27. 10. 1943.)